Лекция: Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

По материалам сайта «Якласс» - https://www.yaklass.ru/materiali?mode=lsntheme&themeid=14

Функция Y= sin X.

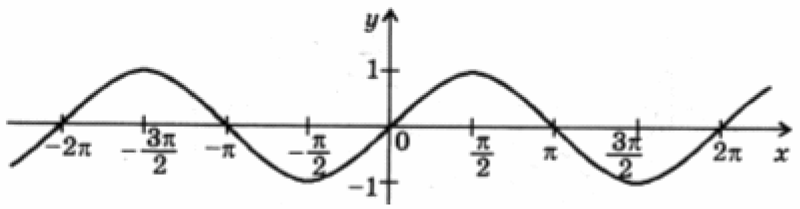

График – синусоида.

Свойства функции:

1. область определения:R.
2. область значения: $[-1;1]$
3. чётность, нечётность: функция нечётная.
4. период: 2π
5. нули: sin x = 0 при x=πn , где n $\in$ Z
6. промежутки знакопостоянства:
   $\sin x > 0$ при $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in Z$
   $\sin x < 0$ при $x \in (-\pi + 2\pi n; 2\pi n), n \in Z$
7. экстремумы:
   $x_{min} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; y_{min} = -1$
   $x_{max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z; y_{max} = 1$
8. промежутки монотонности:
   функция возрастает при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in Z$
   функция убывает при $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], n \in Z$.

Функция Y = cos X.

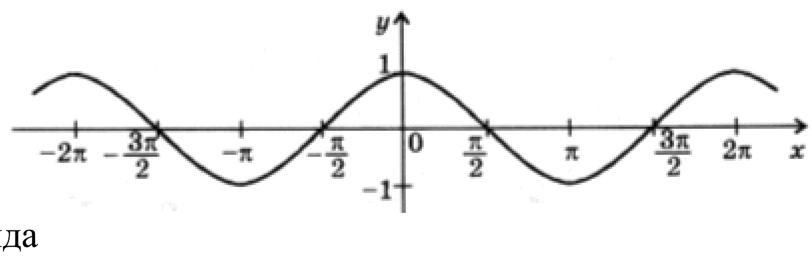

График косинусоида

Свойства функции:

1. область определения:R.
2. область значения: $[-1;1]$
3. чётность, нечётность: функция чётная.
4. период: 2π
5. нули: y=0 при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
6. промежутки знакопостоянства:
   $\cos x > 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$
   $\cos x > 0$ при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$

7. экстремумы:
   $x_{min} = \pi + 2\pi n, n \in Z; y_{min} = -1$
   $x_{max} = 2\pi n, n \in Z; y_{max} = 1$
8. промежутки монотонности:
   функция возрастает при $x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n], n \in Z$
   функция убывает при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in Z$

Графики функций y = sin x и y = cos x получаются друг из друга с помощью параллельных переносов вдоль оси оХ на $\pi/2$:
$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right); \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Функция Y= tg X .

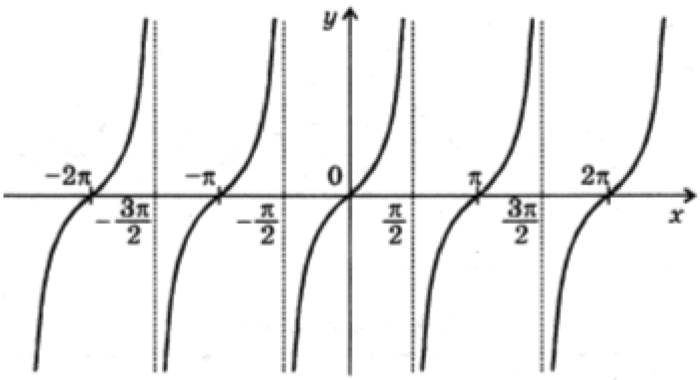

График тангенсоида.
Свойства функции:
1. область определения: объединение интервалов
   $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z$
2. область значения: R
3. чётность, нечётность: функция нечётная.
4. период: π
5. нули: y = 0 при x = πn, где n $\in$Z
6. промежутки знакопостоянства:
   $tgx > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z$
   $tgx < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi n\right), n \in Z$
7. экстремумов нет
8. промежутки монотонности: функция возрастает на каждом интервале области определения
9. асимптоты:
   $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

Теорема.
Если функция f периодическая и имеет период T, то функция Af(kx+ b), где A, k и bпостоянны, а k не равно 0, также периодична, причем ее период равен $\frac{T}{|k|}$.

Функция Y= ctg X .
- Область определения функции — множество действительных чисел: *D(y)=R*, исключая числа *α=πn*.
- Множество значений — множество действительных чисел: *E(y)=R*.

- Функция $y=ctg(\alpha)$ - нечетная: $ctg(-\alpha)=-ctg\ \alpha$.
- Функция периодическая, самый маленький неотрицательный период равен π: $ctg(\alpha+\pi)=ctg(\alpha)$.
- График функции пересекает ось Ox при $\alpha=\pi/2+\pi n, n\in Z$.
- Промежутки знакопостоянства: $y>0$ при $(\pi n;\pi/2+\pi n), n\in Z$ и $y<0$ при $(\pi/2+\pi n;\pi(n+1)), n\in Z$.
- Функция является непрерывной, есть производная в любом значении аргумента из области определения: $(ctgx)'=-1/sin^2x$.
- Функция $y=ctg\ \alpha$ убывает при $\alpha\in(\pi n;\pi(n+1)), n\in Z$.