**Лекция по теме "Первообразная"**

*Три пути ведут к знанию:  
путь размышления – это путь  
самый благородный,   
путь подражания – это путь  
самый легкий и   
путь опыта – это путь  
самый горький.*

*Конфуций*

Задача: При обработке на станке деталь нагреть до 1200. Измерения полагается производить при 200. Скорость охлаждения детали пропорциональна разности температур детали и воздуха в цехе. Сколько же нужно ждать?

Здесь T(t) – температура детали, T/(t) = k(T-180)/- скорость её охлаждения.

Ставится вопрос: зная производную некоторой функции, мы должны найти саму функцию. Как это сделать?

Учащиеся выполняют задания: заполнить пропущенные места в скобках

(…)/ = 2х (…)/ = 0

(…)/ = 4х3 (…)/ = 25

Как найти саму функцию, зная её производную?

Восстанавливаемая функция называется **первообразной**. Дадим определение первообразной функции.

Определение: Функция F(x) называется первообразной для функции f(x) , если F/(x) = f(x) на заданном промежутке.

Производная – «производит» на свет новую функцию, первообразная - первичный образ.

**Пример.**

Выяснить, является ли функция F (*x*) = *х*3– 3*х* + 1 первообразной для функции *f*(*x*) = 3(*х*2– 1).

**Решение:** F'(*x*) = (*х*3– 3*х* + 1)′ = 3*х*2– 3 = 3(*х*2– 1) = *f*(*x*), т.е. F'(*x*) = *f*(*x*), следовательно, F(x)является первообразной для функции f(x).

С целью закрепления определения первообразной выполнить следующие задания:

Проверить, что функция F(x) есть первообразная для f(x):

1) F(x) = x3-2x+1 f(x)=3x2-2

2) F(x)= x4-7 f(x)=4x3

3) F(x)=10 f(x)=0

4) F(x)= f(x)=1/2 x€]0;+[

5) F(x) =10x10 f(x)=200x19

*Основное свойство первообразных.*

Если F (x) – первообразная функции f (x), то и функция F (x)+ C , где C –произвольная постоянная, также является первообразной функции f (x) (т.е. все первообразные функции f(x) записываются в виде F(x) + С ).

*Геометрическая интерпретация.*

Графики всех первообразных данной функции f (x) получаются из графика какой-либо одной первообразной параллельными переносами вдоль оси Оу.

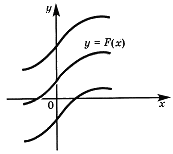
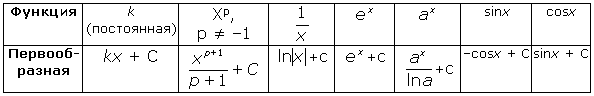


Таблица первообразных.



*Правила нахождения первообразных* .

Пусть F(x) и G(x) – первообразные соответственно функций f(x) и g(x). Тогда:

1.  F (*x*) ± G (*x*) – первообразная для *f*(*x*) ± *g*(*x*);

2.  *а*F (*x*) – первообразная для *а f*(*x*);

3.https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/theory/19/3.gif – первообразная для *а f*(*kx + b*).

Найти все первообразные функции f(x) :

а) *f*(*x*) = *х*4+ 3*х*2+ 5

**Решение:** Используя таблицу и правила нахождения первообразных, получим:

https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/4.gif

**Ответ:**https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/5.gif

б ) *f*(*x*) = sin(3*x* – 2)

**Решение:**

https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/6.gif

**Ответ:**https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/7.gif

в) https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/8.gif

**Решение:**

https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/9.gif

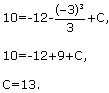
**Ответ:**https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/10.gif

3. Для функции *f*(*x*) = 4 – *х*2найти первообразную, график которой проходит через точку (-3; 10).

**Решение:**

1) Найдем все первообразные функции f(x): https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/11.gif

2) Найдем число С , такое, чтобы график функции https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/12.gif проходил через точку (-3; 10). Подставим х = – 3, y = 10 , получим:



Следовательно, https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/14.gif.

**Ответ:**https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/algebra/work9/recomend/19/15.gif

б) Найти первообразную для функции f(x):

1) f(x)= x3

2) f(x) = x2

3) f(x) = x

*Историческая справка.*  
Математический анализ имеет две главные составляющие его части: дифференциальное и интегральное исчисления. С элементами дифференциального исчисления мы познакомились в 10-м классе, впереди – изучение интегралов.   
 «Интеграл»- «интегрирование» - «интеграция»… Однокоренные слова, вышедшие за пределы математики и ставшие почти «обиходными». Пожалуй, нет другого математического термина, который использовался бы в обычной жизни так же часто, как термин «интеграл». Музыкальная группа «Интеграл», кафе «Под интегралом», банк «Интеграл-капитал», а слова «интегрирование» и «интеграция» встречаются на каждом шагу. В газетах мы читаем об интеграции наук, культур, интеграции экономики, политики также ведут речь об интеграционных процессах. Почему? Ведь есть масса других красивых математических слов: экспонента, логарифм, синус — звучит ничуть не хуже.

Возможно, здесь играет свою роль красивый знак интеграла или понятный смысл слова: восстановление, целостность, суммирование.

А быть может, привлекает некая таинственность интеграла? Непонятно, почему один и тот же математический инструмент позволяет находить и площади фигур, и формулу скорости по известной формуле ускорения. Почему операция, обратная дифференцированию, оказывается как-то связанной, скажем, с объёмами тел вращения? Конечно, доказаны все необходимые теоремы, но эта эффективность интеграла всё равно завораживает.

Источники:

1. <https://www.yaklass.ru/materiali?mode=lsntheme&themeid=19>
2. https://nsportal.ru/sites/default/files/2013/12/22/urok\_pervoobraznaya.docx