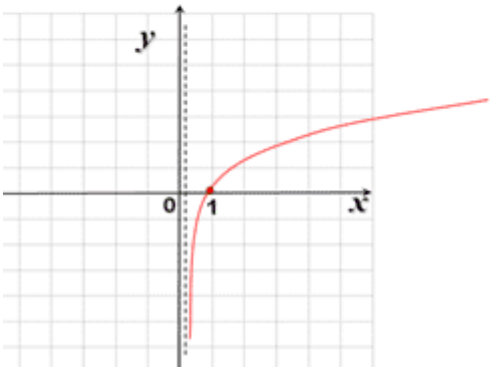
Лекция: Логарифмическая функция и ее свойства

Преподаватель: Горячева А.О.

Логарифмическая функция – это функция вида $y = log_a x$, где a – заданное число, $a>0$, $a\neq1$.

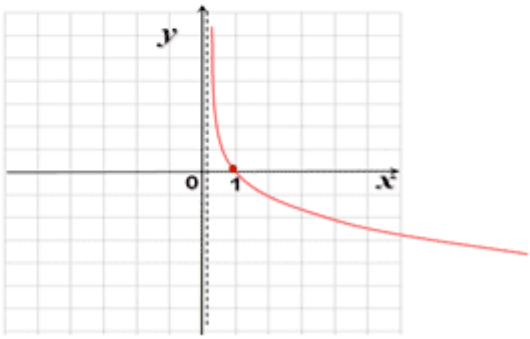
Свойства функции $y = log_a x$ при $a > 1$.

1) область определения: x (0; +∞);
2) множество значений: y (-∞, +∞);
3) возрастает на (0; +∞);
4) не является ни четной, ни нечетной;
5) не ограничена сверху, не ограничена снизу (неограниченная);
6) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7) непрерывна;
8) выпукла вверх;
9) $y>0$ при $x>1$, $y<0$ при $0<x<1$.



Свойства функции $y = log_a x$, при $0 < a < 1$.

1) область определения: x (0; +∞);
2) множество значений: y (-∞, +∞);
3) убывает на (0; +∞);
4) не является ни четной, ни нечетной;
5) не ограничена сверху, не ограничена снизу (неограниченная);
6) нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
7) непрерывна;
8) выпукла вниз;
9) $y<0$ при $x>1$, $y>0$ при $0<x<1$.



Ось Oy является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции и в случае, когда $a>1$, и в случае, когда $0<a<1$.

График функции $y = log_a x$ проходит через точку с координатами $(1;0)$

Задание группам. Докажите, что показательная и логарифмическая функции взаимно обратны.

На рис.2 схематически изображены графики функций $y = a^x$ и $y = log_a x$ в случае, когда $a>1$.

На рис.3 схематически изображены графики функций $y = a^x$ и $y = log_a x$ в случае, когда $0 < a < 1$.

рис.2.

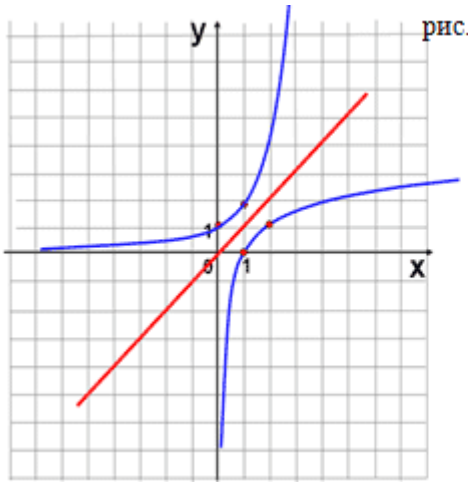
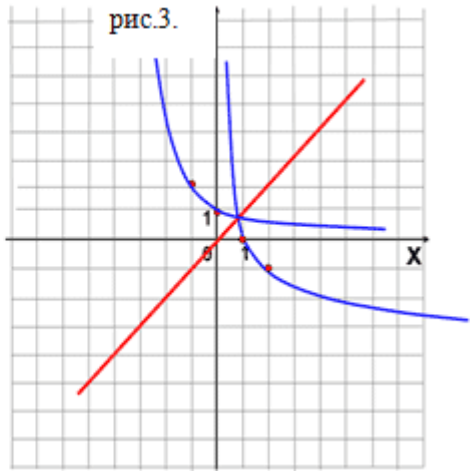


рис.3.



Справедливы следующие утверждения.

- График функции $y = log_a x$ симметричен графику функции y = ax относительно прямой $y = x$.

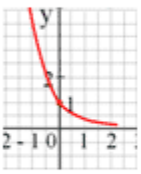
- Множеством значения функции $y = a^x$ является множество $y>0$, а областью определения функции $y = \log_a x$ является множество $x>0$.
- Ось Ox является горизонтальной асимптотой графика функции $y = a^x$, а ось Oy является вертикальной асимптотой графика функции $y = \log_a x$.
- Функция $y = a^x$ возрастает при $a>1$ и функция $y = \log_a x$ также возрастает при $a>1$. Функция $y = a^x$убывает при $0<a<1$ и функция $y = \log_a x$ также убывает при $0<a<1$

Поэтому показательная $y = a^x$ и логарифмическая $y = \log_a x$ функции взаимно обратны.

График функции $y = \log_a x$ называют логарифмической кривой, хотя на самом деле нового названия можно было не придумывать. Ведь это та же экспонента, что служит графиком показательной функции, только по-другому расположенная на координатной плоскости.

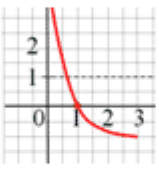
Задания:

1. Найдите область определения функции:
   1) $y= \log_{0,3} x$ 2) $y= \log_2 (x-1)$ 3) $y= \log_3 (3-x)$
   а) $(0; +\infty)$ б) $(1;+\infty)$ в) $(-\infty; 3)$ г) $(0;1]$
2. При каких значениях x имеет смысл функция: 1) $y = \log_3 x^2$ 2) $y = \log_5 (-x)$ 3) $y = lg\,|x|$
   а) $x\neq 0$ б) $x>0$ в) $x<0$
3. Какие из перечисленных функций являются возрастающими?
   а) $y=\log_5 x$ б) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ в) $y= \log_\pi x$ г) $y=\log_{\frac{1}{5}} x$
4. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y=\log_{\frac{1}{4}} x$

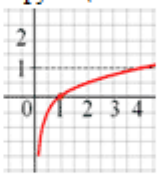


а)

б)



в)



г)

5. Какие их точек $A(\frac{1}{25};-2)$, $B(\frac{1}{5};1)$, $C(5;-1)$ принадлежат графику функции $y=\log_{\frac{1}{5}} x$
6. Сравните числа:
   а) $\log_3 4$ *и* $\log_3 6$ б) $\log_{\frac{1}{4}} 7$ *и* $\log_{\frac{1}{4}} 9$
7. Установите знак выражения:
   а) $\log_{0,8} 3$ б) $\log_6 \frac{2}{3}$